РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ВЫПОЛНИМОСТИ КНФ

С.С. Гисс, Н.Е.Тимошевская

Томский государственный университет

Задача о выполнимости КНФ формулируется следующим образом: для некоторой булевой функции $K(x_1, x_2, ..., x_m)$, представленной в виде конъюнктивной нормальной формы (КНФ), требуется установить, выполнима ли она, т.е. существует ли хотя бы один набор значений для ее переменных, на котором она обращается в единицу, и если выполнима, то указать некоторый из таких наборов. Данная задача является NP-полной, и для нее не найдено алгоритма с полиномиальной сложностью.

Поставленную задачу можно решать методом подстановки каждого из 2^m наборов значений переменных в $K(x_1, x_2, ..., x_n)$. Такой подход при большом числе переменных крайне непрактичен. В работе [1] для решения данной задачи предлагается метод сокращенного обхода в глубину бинарного дерева поиска. Корню дерева сопоставляется исходная КНФ, а остальным узлам – КНФ, получающиеся из соответствующих КНФ-родителей подстановкой вместо некоторой переменной x_j значений 0 или 1, а ребрам соответственно x_j или $\bar{x}_j$. В каждой вершине дерева выполняется проверка сопоставленной ей КНФ на принадлежность одному из полиномиальных подклассов U, Z, N, где U – класс КНФ, выполнимых на наборе из единиц; Z – класс КНФ, выполнимых на наборе, состоящем из нулей; N – класс невыполнимых КНФ, в которых содержится пара дизъюнктов вида x_i и $\bar{x}_i$. Если КНФ принадлежит классу N или тождественна константе нуль, то ветвление из соответствующей ей вершины не выполняется. Обход дерева завершается, если какая-либо из полученных КНФ попадает в класс U или Z, либо выполняется возврат в корень дерева. В первом случае исходная КНФ выполнима, во втором – нет.

Распараллеливание описанного алгоритма выполняется за счет параллельного обхода дерева [2]. На первом этапе управляющий процесс выполняет обход дерева в ширину, начиная от его корня, до тех пор, пока число вершин в очереди не достигнет числа параллельных процессов s. Вершины, попавшие в очередь, образуют множество корневых вершин поддеревьев, причем их родительские вершины уже пройдены. На втором этапе корневые вершины, точнее соответствующие им КНФ, распределяются по процессам, и каждый из них выполняет обход в глубину соответ-

ствующего поддерева с переданной ему КНФ в качестве корня. Если какой-либо из процессов объявляет КНФ выполнимой, то он строит выполняющий набор и сообщает об этом остальным процессам, после чего все процессы останавливаются. По окончании обхода своего поддерева процесс освобождается. Для его загрузки выбирается поддерево, обход которого в этот момент ведется одним из процессов, и в нем выделяется поддерево, которое передается для обхода освободившемуся процессу. Алгоритм заканчивает свою работу либо в случае, когда один из процессов объявляет КНФ выполнимой, либо при завершении обхода всех поддеревьев, что говорит о невыполнимости исходной КНФ. Выбор процесса, в дереве которого выделяется поддерево, и согласование передачи данных между процессами выполняются управляющим процессом. Описанный подход позволяет обеспечить равномерную загрузку процессоров системы и тем самым достичь высокой эффективности.

Литература

1. Паршина Н.А. Задача о выполнимости: некоторые полиномиальные классы КНФ // Кибернетика и системный анализ. – 1992. – № 3.
2. Тимошевская Н.Е. О параллельных алгоритмах обхода дерева // Вестник ТГУ. Приложение №6. – Томск: ТГУ, 2003.