ДИНАМИЧЕСКАЯ БАЛАНСИРОВКА ЗАГРУЗКИ В ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ПРОТОПЛАНЕТНОГО ДИСКА

А.В. Снытников

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Протопланетный диск описывается системой уравнений звездной динамики [1], состоящей из уравнения Власова и уравнения Пуассона:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\nabla f - \vec{a}\dfrac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0; \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial \Phi_2}{\partial r}\right) + \dfrac{1}{r^2}\left(\dfrac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \varphi^2}\right) + \dfrac{\partial^2 \Phi_2}{\partial z^2} = 4\pi G\rho, \end{cases}$$

где f – зависящая от времени t одночастичная функция распределения по координате r и скорости $\vec{v}$; $\vec{a}$ – ускорение частиц единичной массы; F – гравитационный потенциал.

Для решения выбрана цилиндрическая система координат, которая наилучшим образом соответствует симметрии изучаемого объекта. Уравнение Власова решается методом частиц в ячейках [2,3]. При аппроксимации уравнения Пуассона получается система линейных алгебраических уравнений. Для решения этой СЛАУ используется комбинированный метод, состоящий из преобразования Фурье и итерационной процедуры последовательной верхней релаксации. Это позволяет сочетать высокую производительность прямых методов и нечувствительность к ошибкам округления, присущую итерационным методам. Структура метода показана на рис. 1. Более подробное описание можно найти в работе [3].

После преобразования Фурье получается набор двумерных систем линейных алгебраических уравнений, описывающих отдельные гармоники потенциала. Первоначально эти уравнения равномерно распределяются по процессорам. Скорость сходимости метода ПВР зависит от диагонального преобладания матрицы системы, которая имеет следующий вид:

$$A(k) = \left\{ \frac{1}{h_R^2}\frac{r_{i-3/2}}{r_{i-1/2}}, \ldots, \frac{1}{h_Z^2}, 2\left[\frac{1}{h_Z^2} + \frac{1}{h_R^2} + \frac{2\sin^2\dfrac{\pi k}{N_\varphi}}{h_\varphi^2 r_{i-1/2}^2} \right], \frac{1}{h_Z^2}, \ldots, \frac{1}{h_R^2}\frac{r_{i+1/2}}{r_{i-1/2}} \right\},$$

$$0 \le k \le N_\varphi .$$

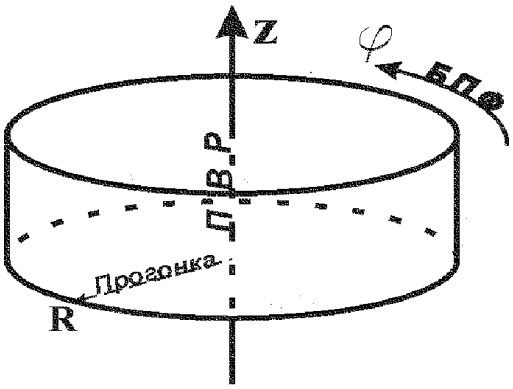

Рис. 1

Рис. 1 Структура итерационного метода

Из формулы видно, что для коротковолновых гармоник *(k~Nf)* есть выраженное диагональное преобладание, но в случае небольших k диагональное преобладание слабое. Таким образом, скорость сходимости также будет неодинакова, и необходимо найти оптимальное распределение гармоник по процессорам.

Число итераций N_I, требуемое для достижения сходимости на некотором временном шаге, пропорционально скорости изменения гармоники потенциала и, таким образом, не может быть предсказано заранее:

$$\Phi(r,\varphi,z,t) = \sum_{k=0}^{N_\varphi} \hat{\hat{\Phi}}(r,z,t)\exp[ik\varphi];$$

$$N_I(k) \propto \frac{\partial}{\partial t}\hat{\hat{\Phi}}(r,z,t).$$

Отсюда следует, что необходима динамическая балансировка загрузки процессоров.

Под загрузкой процессора подразумевается суммарное число итераций на текущем шаге по всем гармоникам потенциала, принадлежащим

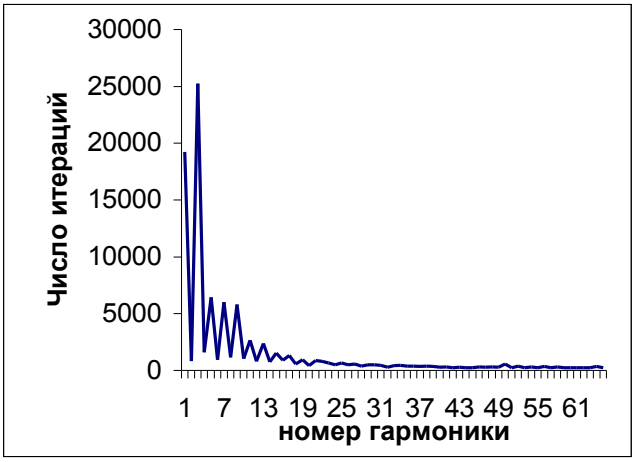

Рис. 2 Зависимость числа итераций от номера гармоники

данному процессору. На рис. 2 показана типичная зависимость числа итераций от номера гармоники. Из физических соображений следует, что может быть только один процессор, загрузка которого заметно превышает загрузку любого другого процессора.

Процессор считается перегруженным, если его загрузка превышает порог. Некоторые гармоники должны быть перемещены с перегруженного процессора. Вначале гармоника, требующая наименьшего числа итераций, пересылается на наименее загруженный процессор. Этот процесс повторяется, пока балансируемый процессор остается перегруженным или пока на нем не останется только одна гармоника.

Существенной проблемой являются длинноволновые гармоники, для расчета которых необходимо намного больше итераций, чем для расчета всех остальных гармоник. Распределение загрузки процессоров в этом случае показано на рис. 3 (для 8 процессоров).

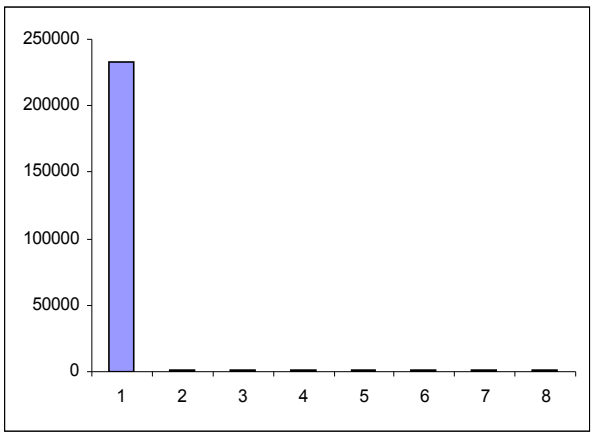

Рис. 3 Распределение загрузки процессоров

Процессор, содержащий одну такую гармонику, остается наиболее загруженным. В таких случаях производится разделение гармоники между процессорами.

Разработанный алгоритм балансировки обеспечивает почти равномерное распределение загрузки между процессорами. На рис. 4 показано отношение суммарной загрузки всей системы W к максимальной загрузке отдельного процессора:

$$W = \frac{N_{total}}{N_{\max}}.$$

В идеале это отношение равно числу процессоров, тогда загрузка распределена совершенно равномерно. Измерения проводились в течение 1000 временных шагов, в расчете использовано 8 процессоров, размер сетки 1000x512x512 узлов.

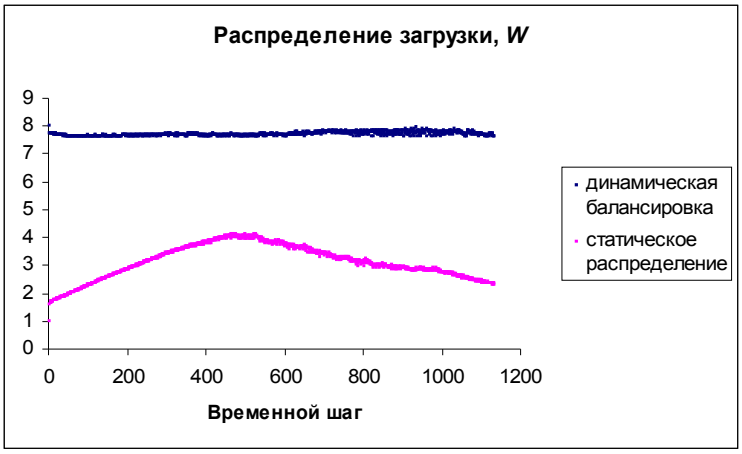

Рис. 4

Видно, что в результате использования динамической балансировки распределение загрузки оказывается близким к идеальному. Это исключительно важно, так как цель работы заключается в проведении больших расчетов за приемлемое время.

Литература

1. Bertin G. Dynamics of Galaxies. – Cambridge University Press, 2000.
2. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. – М.: Мир, 1987.
3. Вшивков В.А., Кукшева Э.А., Никитин С.А., и др. О параллельной реализации численной модели физики гравитирующих систем // Автометрия. – 2001. – Т. 39. – С. 115–123.