Решение задач механики деформируемого твердого тела с использованием технологии Nvidia CUDA*

Е.П. Евтушенко, Н.И. Карпенко
Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

Разработана программа GeoDA для решения задач механики деформируемого твердого тела в двухмерной постановке с моделями пластичности Мизеса и Друккера–Прагера–Николаевского. В качестве основы для реализации параллельного счета в программе использована технология Nvidia CUDA. Проведены результаты расчетов поведения геосреды при ведении горных работ в угольных шахтах.

Решение актуальных задач геомеханики и моделирования разрушения геоматериалов и горных массивов требует применения высокопроизводительных компьютерных систем вычислений. Такие требования обусловлены как большими временами моделируемых процессов, так и необходимостью применения явных численных схем для реализации специфических моделей деструкции геоматериалов. Поэтому решение подобных задач не обходится без применения вычислительных кластеров [1].

В настоящей работе предпринята попытка использовать для решения задач механики деформируемого твердого тела и геомеханики технологию Nvidia CUDA, показывающую высокие результаты производительности на различного рода модельных физических и математических задачах. С этой целью была написана программа «GeoDA» для решения конечно-разностных уравнений механики сплошных сред с использованием моделей математической теории эволюции, где основные операции дифференцирования запрограммированы с использованием библиотеки Nvidia CUDA [2] и выполняются на графическом процессоре. Программа является почти полным аналогом ранее реализованной программы для кластера СКИФ Cyberia [1]. Использованная в программе модель учитывает внутреннее трение, дилатансию, накопление повреждений и деградацию прочностных характеристик геосреды. Задача решена в двухмерной динамической постановке, использованы треугольные расчетные ячейки в отличие от использованных ранее четырёхугольных [1], что предоставляет большие возможности для сложных геометрических моделей.

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 10-05-00509.

Приведем коротко систему уравнений лагранжевого подхода к описанию движения сплошной среды, использованную как в GeoDA, так и в программе [1]:

– уравнения, выражающие законы сохранения:

$$\rho V = \rho_0 V_0, \quad \rho \dot{v}_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x^j} + \rho F_i$$

– эволюционные, определяющие уравнения:

$$\dot{\sigma}_{ij}^J = \lambda(\dot{\theta}^T - \dot{\theta}^P)\delta_{ij} + 2\mu(\dot{\varepsilon}_{ij}^T - \dot{\varepsilon}_{ij}^P), \dot{\varepsilon}_{ij}^{\mathrm{p}} = \left(s_{ij} + \frac{2}{3}\Lambda\left(Y - \frac{\alpha}{3}J_1\right)\delta_{ij}\right)\dot{\lambda},$$

$$\dot{\theta}^P = 3\Lambda\dot{\varepsilon}_{eff}^P.$$

Здесь ρ_0, ρ, V_0, V – начальное и текущее значения плотности и объёма частицы материала; x^i – декартовы координаты; v_i, F_i – компоненты векторов скорости перемещений и массовых сил; σ_{ij}, $\dot{\varepsilon}_{ij}^T = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i}\right)$ – компоненты тензоров напряжений и скорости деформации; δ_{ij} – символ Кронекера; λ и μ – коэффициенты Лямэ, Λ и α – коэффициенты дилатансии и внутреннего трения; J_1 и J_2 – первый и второй инварианты тензора напряжений, точка над символом означает материальную производную по времени.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^T = \dot{\varepsilon}_{ij}^E + \dot{\varepsilon}_{ij}^P, \quad \dot{\theta}^T = \dot{\varepsilon}_{ii}^T, \quad \dot{\theta}^P = \dot{\varepsilon}_{ii}^P, \quad \dot{\varepsilon}_{eff}^P = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{e}_{ij}^P\dot{e}_{ij}^P}, \quad \dot{e}_{ij}^P = \dot{\varepsilon}_{ij}^P - \frac{1}{3}\dot{\theta}^P\delta_{ij},$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} + P\delta_{ij}, \quad -P = \frac{1}{3}\sigma_{ii}.$$

Предельная поверхность имеет следующий вид [3]:

$$-\alpha P + J_2^{1/2} = Y, \quad Y = Y_0(1 - D(\sigma)),$$

$$D(\sigma) = \int \frac{(\sigma - \sigma_o)^2}{(\sigma^*)^2 t^*} dt \quad \text{для} \quad \sigma > \sigma_0.$$

σ – эффективное напряжение, а σ_0, σ^*, t^* – параметры модели, определяющие пороговое напряжение, с которого начинают накапливаться повреждения, предельное напряжение и характерное время накопления повреждений соответственно; $D(\sigma)$ – интеграл поврежденности среды, при достижении значения $D=1$ материал считается разрушенным.

В соответствии с требованиями вычислительных методов [4] проводится дискретизации задачи по пространству и времени, и задача представляется набором операций над дискретными массивами дан-

ных (сеточная функция). Для численного решения уравнений в частных производных необходимо записать их разностные аналоги над сеточными функциями. В нашем случае производная вычисляется единообразно для каждого элемента сеточной функции, и эта процедура хранится и исполняется на графическом процессоре для каждого элемента сеточной функции. Мы используем явную схему, что позволяет на отдельном временном слое обрабатывать эти массивы параллельно, преобразовывая отдельные элементы каждого массива. Получается, что графические процессоры изначально проектировались так, чтобы эффективно реализовывать подобные алгоритмы.

Таким образом, программа GeoDA имеет слой для операций над сеточными функциями, представляющими разностные аналоги уравнений механики сплошных сред, который работает на CUDA-устройстве, и слой управления, который выполняется на хосте. В свою очередь, слой управления имеет еще слои, которые предоставляют доступ и обработку данных, обеспечивая общую функциональность программного обеспечения.

С использованием GeoDA были выполнены расчеты поведения геосреды при ведении горных работ и расчеты первой и последующих посадок кровли в зависимости от скорости движения забоя в угольной шахте.

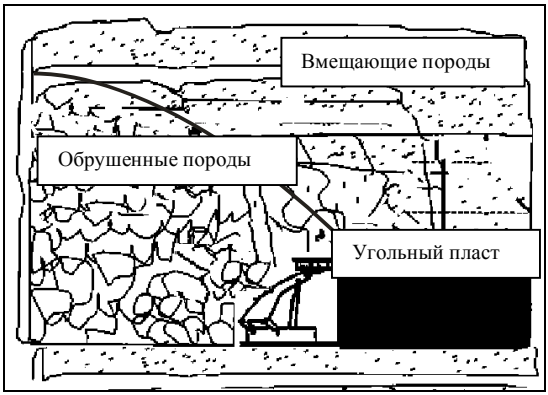
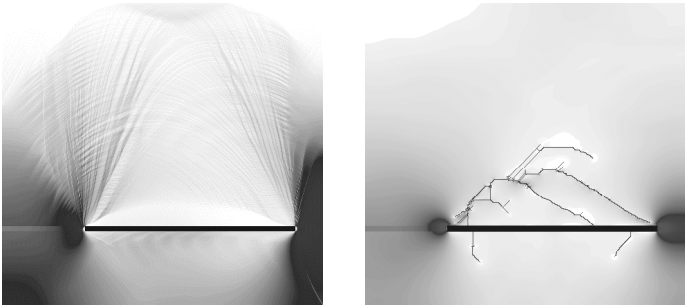


Рис. 1. Геометрия задачи об обрушении кровли в угольной шахте

На рис. 1 схематично представлена постановка задачи о посадке кровли при ведении горных работ. Выработка угольного пласта со временем здесь идет слева направо и образует полость в горном массиве. Под действием сил тяжести и давления вышележащих слоев в

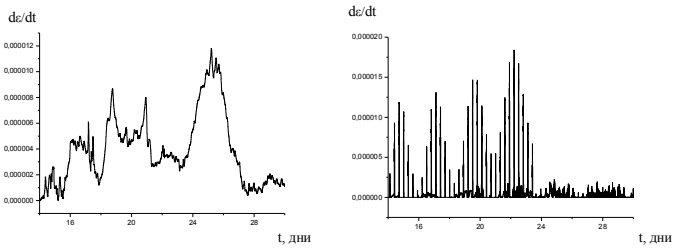
образующейся нависающей кровле идут деформационные процессы, приводящие к её обрушению.

На рис. 2 представлены результаты расчета деформаций пород кровли к моменту достижения выработкой заранее определенной длины (50 м). Причем для расчетов были выбраны различные значения параметров накопления повреждений, что дало возможность описывать геосреду либо как вязкую, либо как хрупкую, в зависимости от требований модели.



а) б)

Рис. 2. Характер развития повреждений в горном массиве над выработкой (чёрная горизонтальная линия). Оттенками серого показано среднее напряжение и полосы неупругого скольжения *а* и магистральные трещины *б*



а) б)

Рис. 3. График мониторинга скорости неупругих деформаций в кровле

Полученные графики мониторинга скорости неупругих деформаций в кровле представлены на рис. 3. Видно, что для вязкой модели (см. рис. 3, *а*) неупругое течение в кровле идет волнами по мере того, как продвигается выработка, и создает все большее напряжение и деформацию в консольно зависающей кровле. Посадка кровли в хрупкой геосреде (см. рис. 3, *б*) идет последовательностью периодических катастроф (подрастаний магистральной трещины), по мере того как про-

двигается выработка, период здесь связан с характером движения выработки. В зависимости от конкуренции отрицательных обратных связей, стабилизирующих деформационный процесс, и положительных обратных связей, обусловленных деградацией нагружаемой среды, сценарий эволюции геосреды может меняться от типичного вязкопластического течения до хрупкого поведения. Таким образом, в модели отражен обязательный этап эволюции геосреды – катастрофа на соответствующем масштабе. Физически этот режим означает прорыв разрушения с меньших масштабов на большие, и увеличение масштаба деструкции всегда развивается как катастрофа в режиме с обострением [5].

Программа GeoDA показала хорошую производительность на задачах геомеханики, обеспечив на видеокарте NVIDIA GTX275 скорость, сопоставимую с двумя четырёхъядерными процессорами Q8200, и будет развиваться далее.

Литература

1. **Макаров П.В., Смолин И.Ю., Евтушенко Е.П. и др.** Моделирование обрушения кровли над выработанным пространством // Физ. мезомех. – 2008. – Т. 11, № 1. – С. 44–50.
2. NVIDIA Programming Guide 1.1. http://developer.nvidia.com/object/cuda.html
3. **Стефанов Ю.П.** Некоторые особенности численного моделирования поведения упруго-хрупкопластичных материалов // Физ. мезомех. – 2005. – Т. 8, № 3.– С. 129–142.
4. **Уилкинс М.Л.** Расчёт упруго-пластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике / Под ред. Б. Олдера, С. Фернбаха, М. Ротенберга. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.
5. **Макаров П.В., Смолин И.Ю., Евтушенко Е.П. и др.** Сценарии эволюции горного массива над выработкой // Физ. мезомех. – 2009. – Т. 12, № 1. – С. 75–82.