Анализ параллельных реализаций метода конечных элементов для моделей мелкой воды*

Е.В. Дементьева, Е.Д. Карепова
Институт математики Сибирского федерального университета,
Красноярск

Представлено исследование эффективности нескольких параллельных реализаций алгоритма численного решения краевой задачи для уравнений мелкой воды, выполненных с помощью библиотеки MPI для языка Си.

Моделирование поверхностных волн в водоемах методом конечных элементов

Численное моделирование поверхностных волн в больших акваториях проводилось с учетом сферичности Земли и ускорения Кориолиса на основе уравнений мелкой воды [1]. В [2] для этой задачи построен метод конечных элементов (МКЭ) и дифференциальная задача сведена к векторно-матричной форме. Полученная система линейных алгебраических уравнений решается итерационным методом Якоби, который обладает хорошим параллелизмом, а диагональное преобладание для его сходимости обеспечивается выбором шага по времени [3].

Параллельный алгоритм

Используя явный параллелизм по данным, исходную расчетную область можно разбить на несколько частично перекрывающихся подобластей, в каждой из которых расчеты выполняются независимо в рамках итерации Якоби. После каждой итерации необходимо проводить согласование данных в перекрытиях. Имеет место, по крайней мере, два варианта разбиения – с теневыми гранями и без них [3]. Декомпозиция без теневых граней более экономична по памяти, проста в программировании, однако предполагает дополнительные арифметические операции на каждой итерации Якоби. Очевидно ее достоинство для неструктурированных сеток.

При использовании библиотеки MPI возможно два принципиально разных способа организации обменов — с использованием блокирую-

* Работа поддержана грантом РФФИ № 08-01-00621.

щих или неблокирующих функций передачи данных [3]. В работе [3] оценено время, необходимое для обменов в обоих случаях, а также выполнены теоретические оценки возможного ускорения каждого из параллельных алгоритмов.

Вычислительный эксперимент

Для численного исследования ускорения параллельного алгоритма рассмотрена модельная задача для квадратной области на сфере с твердыми границами [2]. В расчетной области построена равномерная квадратная сетка 801×801 точек с соответствующей согласованной триангуляцией. В вычислительных экспериментах было сделано 1000 шагов по времени.

Расчеты были проведены на трех высокопроизводительных ВС. Во-первых, вычисления выполнялись на 99-ядерном кластере ИВМ СО РАН, отличительной чертой которого является его гетерогенная архитектура (кластер содержит однопроцессорные одноядерные, однопроцессорные двуядерные и двухпроцессорные двуядерные вычислительные узлы, сеть передачи данных — GigabitEthernet). Вторым кластером является кластер МВЦ ТГУ СКИФ Cyberia, который содержит 283 двухпроцессорных двуядерных вычислительных узла, объединенных высокопроизводительной сетью передачи данных InfiniBand. Наконец, эксперименты были частично повторены на высокопроизводительном вычислительном комплексе ИВЦ НГУ (HP-НГУ) на базе кластера из 64 восьмиядерных вычислительных узлов, основанных на блэйд-серверах Hewlett-Packard BL460c, объединенных сетью InfiniBand. Кластеры SKIF Cyberia и HP-кластер ИВЦ НГУ отличаются количеством ядер, приходящихся на узел.

Исследования зависимости ускорения проводились вплоть до 32 процессов, где на рассматриваемой сетке алгоритм хорошо масштабируем. Численные эксперименты показали несомненное преимущество однородной архитектуры ВС над гетерогенной, неблокирующих двухточечных обменов над блокирующими и несущественное различие между способами декомпозиции расчетной области.

На рис. 1 представлена зависимость ускорения вычислений от количества используемых процессов, полученных на кластерах ИВМ СО РАН и SKIF Cyberia. Для сравнения представлен график потенциального ускорения согласно теоретической оценке (см. [3]). В экспериментах на кластере ИВМ СО РАН общий тренд ускорения совпадает с теоретическими оценками, однако его рост носит сильно неустойчивый характер. Расчеты, проведенные на кластере СКИФ Cyberia, пока-

зывают классическую картину ускорения, подтверждающую линейный характер его роста с увеличением количества процессоров с эффективностью около единицы. Эксперименты на НР-НГУ подтверждают эти результаты. Таким образом, неустойчивый характер ускорения в расчетах, проведенных на кластере ИВМ СО РАН, объясняется, скорее всего, его неоднородной архитектурой.

Поскольку время выполнения программы складывается из времени вычислений, времени коммуникаций и дополнительного времени для операций, связанных с распределенностью данных, то были проведены серии расчетов, в которых названные составляющие были измерены отдельно для случая декомпозиции без перекрытий и неблокирующего режима двухточечных обменов (рис. 2). Время выполнения вычислений (см. рис. 2, вверху) для гомогенных архитектур совпадает с теоретическими оценками. Ввиду неоднородности узлов кластера ИВМ СО РАН время вычислений в этом случае уменьшается немонотонно.

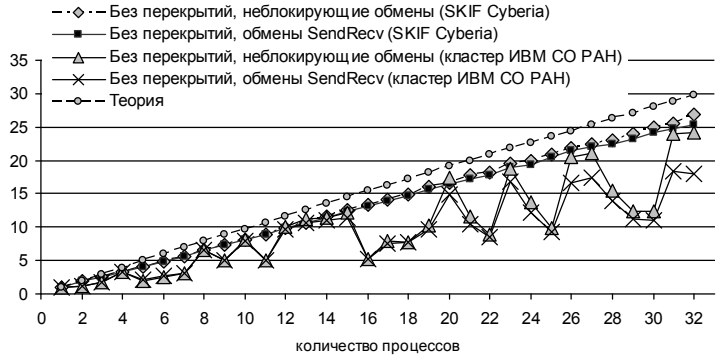


Рис. 1. Зависимость ускорения вычислений от количества доступных процессов

Время выполнения обменов в неблокирующем режиме не зависит от количества процессов, участвующих в расчетах. Для кластера с неоднородной архитектурой наблюдается ожидаемое немонотонное поведение исследуемой величины. Однако немонотонное поведение наблюдается и в случае расчетов для гомогенных архитектур. Исследование времени выполнения обменов показало следующее: 1) время обменов минимально и не зависит от количества процессов, участвующих в обменах, если загружены все ядра на узле по одному процессу на ядро; 2) при существовании в расчетах узлов, не полностью загруженных, время обменов тем больше, чем больше количество простаивающих ядер; 3) время, затраченное на обмены, уменьшается с

ростом количества задействованных процессов (т.е. с уменьшением времени вычислений).

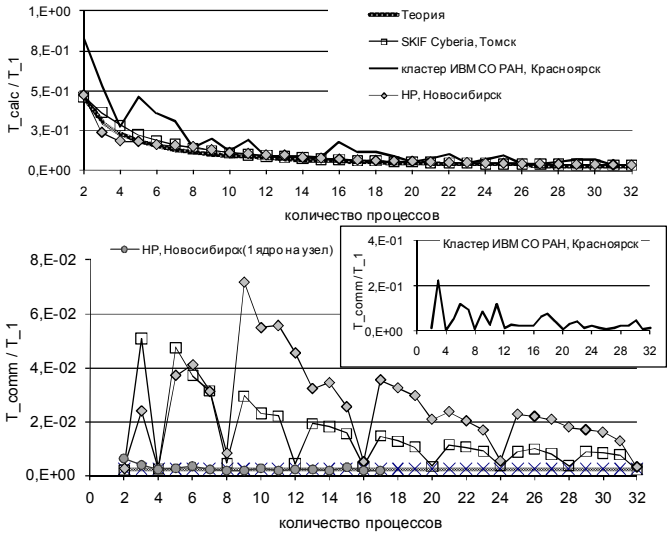


Рис. 2. Исследование времени счета и коммуникаций

На рис. 2 (внизу) представлены зависимости времени выполнения неблокирующих обменов (НР-НГУ) от количества используемых процессов для двух способов загрузки узлов: 1) используется лишь одно ядро на каждом расчетном узле; 2) загружено максимально возможное число ядер на используемых узлах. Данное исследование показало преимущество первого способа загрузки вычислительных узлов, когда время, потраченное на обмены, соответствует теоретическим оценкам. В этом случае ускорение вычислений возрастает линейно и значительно превышает ускорение, полученное при загрузке узлов вторым способом. Недостатком первого способа, однако, является неэффективное использование ресурсов кластера, поскольку незадействованные ядра в узлах простаивают в ожидании окончания вычислений.

Авторы благодарят коллектив МВЦ ТГУ и ИВЦ НГУ, профессора А.В. Старченко и Д.Л. Чубарова за предоставленную возможность проведения серии вычислительных экспериментов на кластере СКИФ Cyberia и кластере ИВЦ НГУ.

Литература

1. **Agoshkov V.I.** Inverse problems of the mathematical theory of tides: boundary-function problem // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2005. Vol. 20, № 1. P. 1-18.
2. **Kamenshchikov L.P.** Simulation of surface waves in basins by the finite element method / Kamenshchikov L.P., Karepova E.D., Shaidurov V.V. // Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2006. Vol. 21(4). P. 305-320.
3. **Карепова Е.Д., Шайдуров В.В.** Параллельная реализация МКЭ для начально-краевой задачи мелкой воды // Вычислительные технологии. 2009. Т. 14, № 6. С. 45-57.