Численный метод расчета явления термического бара в озере Байкал

Б.О. Цыденов
Томский государственный университет

Численными методами моделируются возникновение и развитие конвективных течений под влиянием весеннеелетнего термобара на озере Байкал. Используется негидростатическая модель, в которой уравнение состояния связывает плотность с температурой и давлением. Установлено возникновение циркуляционного течения вблизи берега и его смещение к центру озера с течением времени.

Термический бар (термобар) представляет собой узкую зону в глубоком озере умеренных широт, в которой происходит погружение имеющей наибольшую плотность воды от поверхности до дна.

С физической точки зрения, причиной формирования термобара является так называемый эффект уплотнения при смешении вод, т. е. аномальное изменение плотности воды. Известно, что плотность воды определенного солевого состава, находящейся при фиксированном давлении, достигает максимума при некоторой температуре – температуре максимальной плотности (ТМП). Поэтому если смешиваются две водные массы, имеющие общую боковую границу, и температура одной выше ТМП, а другой ниже ТМП, то в результате получается смесь, которая будет тяжелее как первого, так и второго объемов. Естественно, более тяжелая вода должна опускаться, вследствие чего в месте смешения образуется как бы барьер для горизонтального перемещения воды. То есть термобар препятствует обмену водных масс между прибрежными и центральным районами озера, являясь в то же время зоной конвергенции этих масс, т.е. гидрологическим фронтом. По мере опускания более плотных вод их место занимают все новые и новые порции смеси, которая получается из подтягивающихся с обеих сторон к фронту теплых и холодных вод.

Для сохранения уникальности Байкала и его экосистемы необходимо понимание всех физических механизмов, участвующих в процессах водообмена и формировании качества его вод. С одной стороны, важность изучения термобара как явления, которое может оказать существенное влияние на процессы распространения загрязнения, состоит в том, что интенсивные нисходящие течения, возникающие между двумя конвективными ячейками, могут привести к быстрому распространению загрязнения из поверхностных слоев до очень больших глубин. С другой стороны, установлено, что придонные воды Байкала «моложе» и богаче кислородом, чем воды основного глубинного ядра. Все это вызывает интерес к исследованию термобара.

Целью данной работы является численное моделирование конвективных течений для исследования явления термического бара в озере Байкал.

В основу исследования положена двумерная негидростатическая модель в приближении Буссинеска для конвективного течения:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{\partial uv}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial u}{\partial y}\right);$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial uv}{\partial x}+\frac{\partial v^2}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_0}\cdot\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial v}{\partial y}\right)-\frac{\rho}{\rho_0}g;$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial uT}{\partial x}+\frac{\partial vT}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}(D_x\frac{\partial T}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(D_y\frac{\partial T}{\partial y});$$

$$\rho(T,p)\approx\rho_m(p)\left\{1-\varphi(p)[T-T_m(p)]^2\right\},$$

где $T_m(p)=3{,}985694-0{,}020617\cdot p;\quad \rho_m(p)=\rho_0+4{,}916021\cdot10^{-2}\cdot p;$ $\varphi(p)=8{,}572628\cdot10^{-6}-7{,}061491\cdot10^{-9}\cdot p;$ u, v – составляющие скорости по осям x и y; T – температура; c_0 – характерная плотность воды; p – давление; коэффициенты K_x, K_y и D_x, D_y характеризуют интенсивность диффузионного переноса импульса и тепла в соответствующем направлении.

Начальные условия $t=0$ соответствуют состоянию покоя $u=v=0$ и заданным полям температуры $T=T_0(y)$, по которым определяется гидростатическое распределение давления с учетом уравнения состояния. У берега $x=0$ ставятся граничные условия $u=0;\ v=0;\ T_x=0$, на открытой границе $x=L_x:\ u=0;\ v_x=0;\ T_x=0;$ на дне ставится условие отсутствия теплообмена и задается связь касательных напряжений с придонной скоростью (квадратичный закон трения).

Решение конвективно-диффузионного уравнения основано на конечно-разностном методе контрольного объёма. Расчетная область разбивается на некоторое число непересекающихся контрольных объемов таким образом, что каждая узловая точка содержится в одном контрольном объеме. Заданная сетка определяется множеством узлов и множеством сеточных функций. Дифференциальное уравнение интегрируют по каждому контрольному объему. Следующий шаг состоит в аппроксимации полученных интегральных соотношений конечноразностными, и в результате получается совокупность разностных уравнений. Перед применением метода контрольного объема для получения дискретизации исходной системы строится шахматная сетка. Давление и температура определяются в узловых точках построенной сетки, а компоненты скорости определяются в точках, расположенных на гранях контрольного объема.

Численный алгоритм нахождения поля течения основан на разностной схеме Кранка–Никольсона [1]. Конвективные слагаемые в уравнениях аппроксимируются по противопотоковой схеме Upwind. Для расчета поля течения использована процедура SIMPLE [2]. Алгебраические системы решаются методом нижней релаксации (вычисление компонент скорости *u, v*) и явным методом Булеева (нахождение температуры и давления) [3].

Программа была протестирована для случая квадратной каверны с использованием результатов исследований В.И. Полежаева [4] для следующих краевых условий:

$$t = 0 : u = v = 0; T = T_0;$$

$$x = 0 : u = v = 0; T = T_L; \qquad x = L_x : u = v = 0; T = T_0;$$

$$y = 0; u = v = 0; \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \qquad y = L_y : u = v = 0; \frac{\partial T}{\partial y} = 0.$$

Полученные результаты совпадают с картиной течения, приведенной в работе [4] (рис. 1).

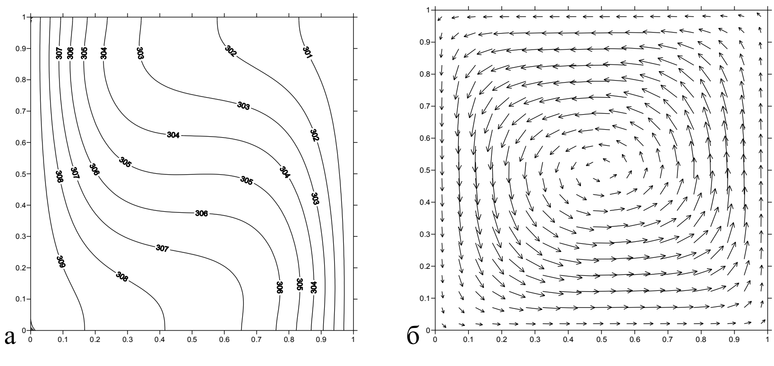

Рис. 1. Изотермы (*а*) и линии тока (*б*), полученные при тестировании, Pr = 0,7, Ra = 10^4

В численных расчетах сделана попытка воспроизвести реальные условия озера Байкал. Путем блокировки некоторых контрольных объемов (задавая нулевое значение скорости в выключенной зоне и используя очень большие значения коэффициента вязкости в этой зоне) прямоугольной неравномерной сетки [2] расчетную область приблизили к прибрежному профилю озера Байкал, взятому из работы [5]. Протяженность расчетной области Lx = 10 км, а глубина H = 900 м примерно соответствует средним глубинам южного бассейна Байкала. Используется неравномерная ортогональная сетка 126×90 с измельчением шагов у берега (x=0). В результате h_x меняется от 25 до 200 м, ($h_y = 10$ м). Начальное вертикальное распределение температуры взято на основе натурных наблюдений (март) [5].

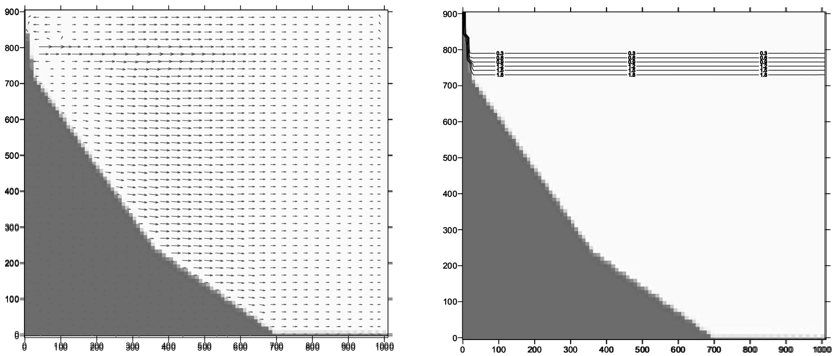

Рис. 2. Поле течений, изотермы через 24 ч соответственно

Из рис. 2 видно, что циркуляционное течение возникает у берега, и с течением времени начинает смещаться к центру озера.

Анализ результатов численных расчетов показывает, что процесс формирования циркуляционного течения согласуется с описанием поля температур и характера движений, полученным в результате обработки и интерпретации натурных наблюдений.

Литература

1. **Самарский А.А.** Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. С. 257–279
2. **Патанкар С.** Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 149 с.
3. **Ильин В.П.** Методы неполной факторизации для решения алгебраических систем. М.: Физматлит, 1995. 288 с.

4. **Полежаев В.И., Бунэ А.В., Верезуб Н.А. и др.** Математическое моделирование конвективного тепломасообмена на основе уравнений Навье–Стокса. М.: Наука, 1987. 270 с.
5. **Shimaraev M.N., Verbolov V.I., Granin N.G., Sherstyankin P.P.** Physical Limnology of Lake Baikal: a Review. Irkutsk: Okayama, 1994.